

# Qu'est-ce qui détermine la taille des dunes? Mécanismes et lois d'échelle.

B. ANDREOTTI, P. CLAUDIN et A. FOURRIÈRE\*

*Laboratoire de Physique et Mécanique des Milieux Hétérogènes  
(PMMH UMR 7636 CNRS-ESPCI-UPD-UPMC)  
10 rue Vauquelin, 75231 Paris Cedex 05, France.*

\*Adresse actuelle: IMFT, Allée du Prof. Camille Soula, 31400 Toulouse, France.

**Résumé:** Nous analysons les différents mécanismes qui sont à la base de la formation des rides aquatiques et des dunes éoliennes. Nous montrons qu'un lit plat est linéairement instable, conduisant à l'apparition de motifs à une échelle essentiellement contrôlée par le transport sédimentaire. Au-delà du régime linéaire, les rides ou dunes interagissent et grossissent jusqu'à une taille limitée par le rôle stabilisant de la surface libre ou bien de la couche d'inversion dans le cas atmosphérique.

**Abstract:** We analyse the different mechanisms responsible for the formation of subaqueous ripples and aeolian dunes. We show that a flat bed is linearly unstable, leading to the emergence of a pattern at a scale essentially controlled by sediment transport. Beyond the linear regime, ripples or dunes interact and grow up to a size limited by the stabilizing role of the free surface, or the inversion layer in the atmospheric case.

**Mots clefs:** rides, dunes, sélection de taille, loi d'échelle

## 1 Introduction

Rides et dunes se forment spontanément dans divers environnements naturels: au fond des cours d'eau, dans les déserts, en Antarctique, ou sur d'autres planètes (e.g. Venus, Mars, Titan). Quels sont les mécanismes qui contrôlent leur apparition, qu'est-ce qui détermine leur taille et comment comparer ces différents objets entre eux? Nous résumons brièvement ici les réponses que nous avons apportées à ces questions dans nos récents articles [5, 4, 1, 6, 2], où l'on trouvera le détail et une bibliographie plus fournie.

Le déphasage entre le flux de sédiment  $q$  et le profil du lit  $Z$  a été depuis longtemps identifié comme l'ingrédient clef de l'instabilité d'un lit plat [8]. En effet, la conservation du nombre de grains,  $\partial_t Z + \partial_x q = 0$ , nous dit que l'endroit où le flux est maximum sépare une zone d'érosion ( $\partial_t Z < 0$ ) en amont de ce point, d'une zone de dépôt ( $\partial_t Z > 0$ ) en aval (Fig. 1). Ainsi, lorsque ce flux maximum est situé avant le sommet d'une bosse, ce dernier se trouve dans la zone de dépôt et est donc amplifié. Le déphasage entre  $Z$  et  $q$  résulte de deux contributions distinctes, l'une liée à l'hydrodynamique qui donne le profil du cisaillement basal  $\tau$  que le fluide exerce sur le fond, et l'autre liée au transport de sédiments qui donne la manière dont le flux répond à un cisaillement donné. Nous aborderons chacune de ces deux contributions pour calculer le taux de croissance  $\sigma$  d'un fond sinusoïdal de longueur d'onde  $\lambda$ . Nous montrerons que le maximum de  $\sigma$  permet d'identifier une taille 'élémentaire' à laquelle un lit plat se déstabilise et dont on peut tirer une loi d'échelle. Au-delà du régime linéaire, le motif initial mûrit et sa longueur d'onde augmente. Ce mûrissement est limité par l'effet stabilisant de la surface libre (dans le cas aquatique) ou encore de la couche d'inversion (dans le cas atmosphérique), ce qui donne une deuxième échelle de taille pour les dunes.

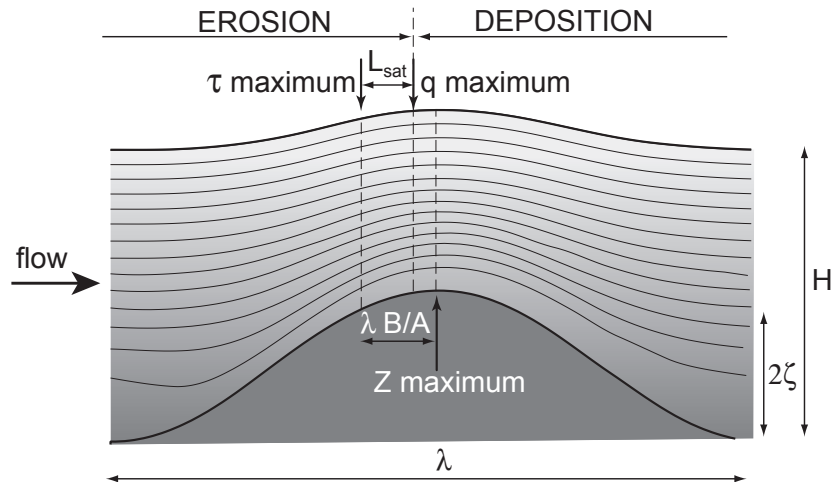


Figure 1: Schéma de l'écoulement sur un lit ondulé  $Z(x)$  (en gris sombre), de longueur d'onde  $\lambda$  et d'amplitude  $2\zeta$ . On note  $H$  la profondeur d'eau. Les traits fins représentent des lignes de courant.

## 2 Analyse de stabilité d'un lit plat

La littérature qui discute de l'écoulement turbulent autour d'une bosse ou d'un fond ondulé de taille ou de longueur d'onde  $\lambda$  est assez vaste. Dans la lignée des travaux de Jackson & Hunt [7], on distingue physiquement trois couches. Une couche 'externe', contrôlée par l'équilibre entre les forces d'inertie et le gradient de pression induit par la présence des bosses, i.e. où le comportement de l'écoulement est celui d'un fluide parfait. Dans cette couche, le champ de vitesse est en phase avec la topographie. Près du sol, l'écoulement est à l'équilibre des contraintes et l'inertie y est négligeable. C'est dans cette couche 'interne' que se développent les contraintes basales. C'est au sein de la zone de raccord entre ces deux couches, où inertie et dissipation sont toutes deux importantes, que se crée le déphasage entre  $Z$  et  $\tau$ . En effet, le cisaillement est en avance par rapport à la vitesse, et donc par rapport à la topographie. Enfin, la couche 'de surface' est responsable de la rugosité  $z_0$  vue de la couche interne. Son origine peut être de diverse nature – e.g. géométrie, viscosité, transport.

À l'ordre linéaire, on peut décrire quantitativement le lien entre  $\tau$  et  $Z$  en écrivant, en transformée de Fourier, la correction par rapport au cas homogène sous la forme  $\hat{\tau} = \tau_0(A + iB)k\hat{Z}$ , où  $\tau_0$  est le cisaillement sur fond plat et  $k = 2\pi/\lambda$  le nombre d'onde. Dans le cas d'un écoulement de profondeur infinie ( $H \rightarrow \infty$ ), ces coefficients  $A$  et  $B$  sont des fonctions faibles (logarithmiques) de  $kz_0$ , traduisant l'invariance d'échelle attendue pour un écoulement turbulent. Ils sont en outre génériquement positifs, ce qui signifie que  $\tau$  est en avance de phase par rapport à  $Z$ , ou encore que le cisaillement basal atteint son maximum en amont des bosses. En revanche, une valeur finie de la profondeur d'eau affecte significativement ces coefficients, et peut en particulier changer le signe de  $B$  si le nombre de Froude  $\mathcal{F}$  est assez grand, i.e. déphaser le maximum du cisaillement à l'aval des bosses. En effet les ondulations du fond excitent des ondes stationnaires à la surface libre et une résonance se produit lorsque la vitesse de propagation de ces ondes est égale à la vitesse du fluide. Pour un fluide parfait, cette condition s'écrit  $\mathcal{F}^2 = \tanh kH/kH$ . À la résonance, surface et fond sont en quadrature, avec un pincement des lignes de courant à l'aval, ce qui correspond à un coefficient  $B$  négatif.

Les propriétés de transport des grains peuvent s'abstraire dans trois quantités clef. Il existe d'abord un seuil  $\tau_{th}$  au-dessous duquel le cisaillement exercé par le fluide sur le lit n'est

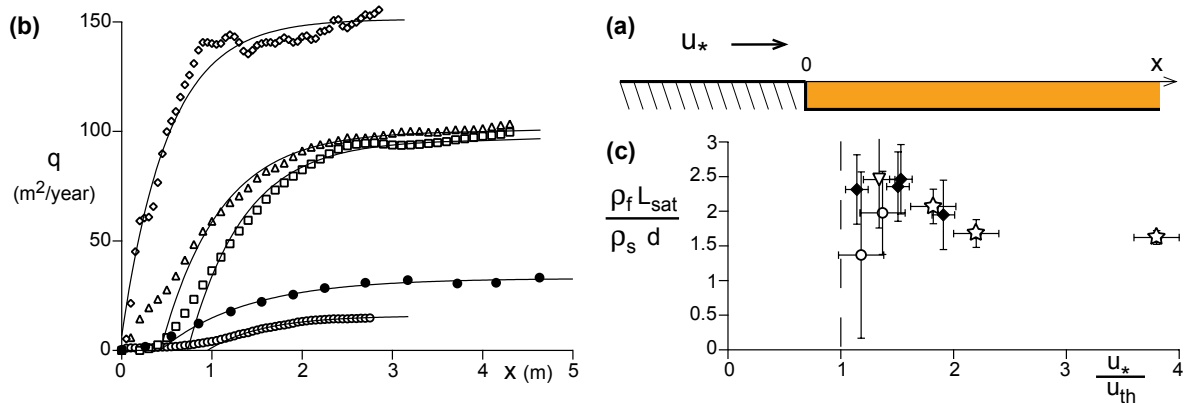


Figure 2: Longueur de saturation. (a) Schéma du dispositif expérimental. (b) Mesure du flux  $q$  en fonction de la distance au point de départ du lit, pour différentes valeurs de  $u_*$ . (c)  $l_{\text{sat}}$  versus  $u_*$ .

pas capable d'en faire bouger les grains superficiels. On peut en faire une bonne description à partir de l'image microscopique d'un grain bloqué, ou piégé, mécaniquement par ceux qui sont sous lui. La deuxième quantité est le flux 'saturé'  $q_{\text{sat}}$ , qui est le nombre de grains transportés par unité de temps à l'équilibre par un écoulement de force donnée. Les raisons physiques pour lesquelles seule une quantité finie de grains peuvent être transportés sont multiples. Juste au-dessus du seuil, on s'attend à ce que le transport soit limité par l'érosion, i.e. le nombre de grains que l'écoulement peut dépiéger [3]. À plus grand cisaillement, c'est plutôt la rétroaction des grains en mouvement, qui freinent l'écoulement au sein de la couche de transport, qui limite le flux. De manière similaire à ce que nous avons fait pour le cisaillement, on peut écrire à l'ordre linéaire  $\hat{q}_{\text{sat}} = Q(a + ib)k\hat{Z}$ , où  $Q$  est le flux saturé sur lit plat, et où les coefficients  $a$  et  $b$  se déduisent de  $A$  et  $B$  par l'intermédiaire d'une loi de transport  $q_{\text{sat}}(\tau, \tau_{\text{th}})$ . Enfin, dernier aspect important: le flux ne relaxe pas instantanément à sa valeur saturée, mais sur une longueur 'de saturation'  $l_{\text{sat}}$  en suivant une loi du type  $l_{\text{sat}}\partial_x q = q_{\text{sat}} - q$ . Ainsi, le flux  $q$  est toujours en retard par rapport à sa valeur saturée, c'est-à-dire par rapport au cisaillement basal. La figure 2 montre des expériences faites en soufflerie, où le vent se charge progressivement en grains en arrivant sur un lit de sable, pour atteindre un flux saturé d'autant plus grand que le vent est fort. La longueur de saturation dépend peu de la force du vent. On peut comprendre ce résultat en supposant que c'est l'inertie des grains qui est le mécanisme dominant pour le processus de saturation, ce qui donne une longueur de saturation proportionnelle à la longueur de traînée des grains  $l_{\text{drag}} = \frac{\rho_s}{\rho_f} d$ , indépendamment de  $u_*$ , où  $\rho_s$  et  $\rho_f$  sont les densités des grains et du fluide respectivement, et  $d$  le diamètre des grains.

En combinant ces différents ingrédients, on peut calculer la relation de dispersion du système, i.e. le taux de croissance  $\sigma$  d'une perturbation de nombre d'onde  $k$ . La figure 3 montre ces relations pour plusieurs valeurs des paramètres du problème. Le cas de référence  $H \rightarrow \infty$  montre une courbe positive à petit  $k$  et négative à grand  $k$ , avec un maximum pour  $kl_{\text{sat}} = \mathcal{O}(1)$ . Ce maximum correspond au mode le plus instable. En comparaison, les courbes pour des valeurs finies de  $H$  diffèrent en deux régions. On observe d'une part un pic négatif au voisinage de  $kH = \mathcal{O}(1)$  qui est dû à la résonance des ondes de surface avec le fond.  $\sigma$  est également négatif pour  $kH \rightarrow 0$ , ce que l'on peut attribuer à un effet de confinement lorsque la couche interne envahit toute l'épaisseur de l'écoulement. On voit ainsi que la présence de la surface libre a essentiellement un rôle *stabilisant*.

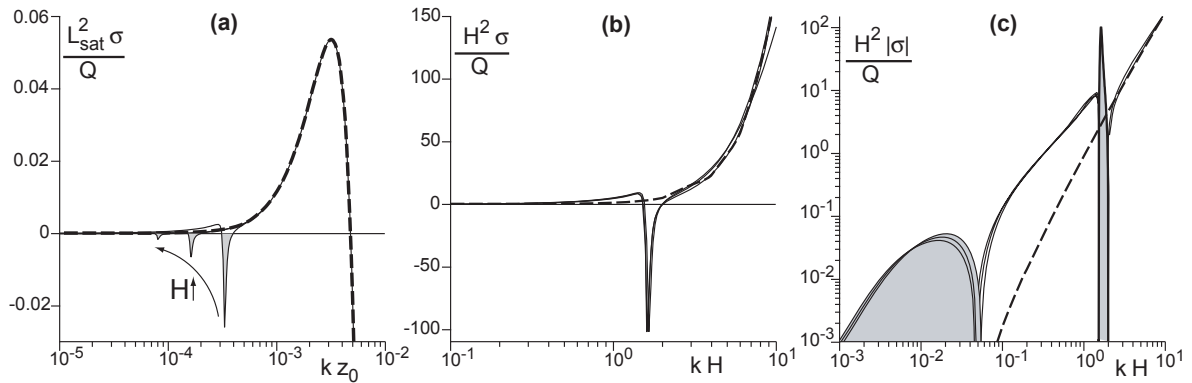


Figure 3: Relations de dispersion. (a) Taux de croissance  $\sigma$  en fonction du nombre d'onde adimensionné par la rugosité  $z_0$  pour différentes valeurs de  $H$ . En pointillés, le cas de référence pour  $H \rightarrow \infty$ . (b) *Idem* mais en fonction de  $kH$ . (c) *Idem* mais on a représenté  $|\sigma|$  en échelle logarithmique – les parties négatives sont indiquées en grisé.

### 3 Une loi d'échelle pour les rides et les dunes 'élémentaires'

L'analyse précédente montre qu'un lit plat est instable linéairement, et que la longueur d'onde d'apparition du motif correspondant est en première approximation proportionnelle à la longueur de saturation:  $\lambda_e \propto \ell_{\text{sat}}$ . Sous l'hypothèse que l'inertie des grains est le mécanisme dominant pour la saturation, on s'attend alors à la loi d'échelle  $\lambda_e \propto \frac{\rho_s}{\rho_f} d$ . Nos mesures de l'évolution de rides aquatiques à partir d'un lit de sable initialement plat confirment l'existence de ce régime linéaire, où, pendant les premiers instants de l'instabilité, l'amplitude des rides croît exponentiellement tandis que leur longueur d'onde reste constante (Fig. 4).

Des mesures de la longueur d'onde initiale des rides aquatiques, pour des grains de diverses tailles et matériaux, sont disponibles dans la littérature, et donnent un  $\lambda_e$  de l'ordre de quelques centimètres. L'équivalent éolien de ces rides sont les ondulations qui apparaissent sur le flanc des barkhanes ou des grosses dunes. Leur longueur d'onde est de l'ordre de la vingtaine de mètre (sur Terre). Sur Mars, ces mêmes ondulations font plusieurs centaines de mètres. Nous avons tracé sur la figure 5a ces différentes mesures de  $\lambda_e$  en fonction de  $\frac{\rho_s}{\rho_f} d$ . Aux mesures sus-citées, nous avons également utilisées des expériences faites en soufflerie avec du  $\text{CO}_2$  sous haute pression, reproduisant les conditions atmosphériques qui règnent sur Vénus, ainsi que des photos de dunes de neige en Antarctique. L'ensemble de ces points s'aligne très bien, sur presque cinq décades, confirmant ainsi la validité de la loi d'échelle proposée. Elle signifie que, du point de vue des mécanismes physiques impliqués, les dunes martiennes de plusieurs centaines de mètres de long sont aussi 'petites' que celles qui font 20 m sur terre.

### 4 Dunes de rivière et dunes géantes éoliennes

Après les premiers instants de sa formation, le motif initial des rides mûrit: suite à des processus d'interaction et d'accumulation, sa longueur d'onde croît, pour se stabiliser à une échelle de l'ordre de la profondeur d'eau (Fig. 4d), et on parle alors de dunes. La formation non-linéaire de ces dunes est en accord avec la relation de dispersion discutée plus haut (Fig. 3), qui ne montre pas de second mode d'instabilité au voisinage de  $kH = \mathcal{O}(1)$ . Au contraire, cette région est stabilisée par la présence de la surface libre, et le maximum secondaire de la courbe  $\sigma(k)$ , à gauche du pic négatif lié à la résonance de la surface libre, a été interprété, à

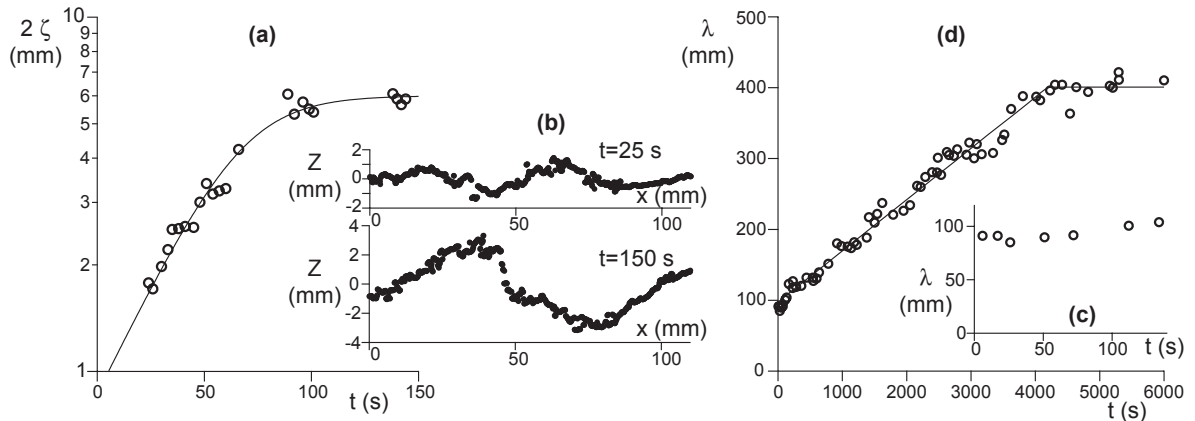


Figure 4: Evolution de rides aquatiques au fond de la Leyre. Amplitude (a) et longueur d’onde (c) en fonction du temps pour les premiers instants de l’instabilité. (b) Deux relevés de profils longitudinaux. (d) Evolution de  $\lambda$  sur des temps plus longs.

tort, par Richards comme le mode ‘dunes’ [9].

Le cas éolien possède une situation analogue. En effet, l’atmosphère des régions désertiques possède une structure verticale bien marquée, décrite par le profil de température virtuelle potentielle  $\Theta(z)$  [10]. En altitude il est stable et stratifié avec un gradient  $\gamma = \frac{d\Theta}{dz}$  constant, alors que près du sol, on observe une couche convective bien mélangée ( $\Theta = \text{Cte}$ ), due au chauffage de l’air par le sol. Entre ces deux régions, il existe une fine couche ‘d’inversion’, qui joue un rôle proche de celui d’une surface libre. L’épaisseur  $H$  de cette couche convective dépend des variations saisonnières de la température au sol et en première approximation on peut écrire  $H \simeq \delta\Theta/\gamma$ . Elle varie de quelques centaines de mètres près de l’océan à plusieurs kilomètres dans les déserts continentaux. Ainsi, la croissance et l’accumulation progressive des dunes éoliennes est limitée par la valeur finie de  $H$ , et la taille ‘géantes’  $\lambda_g$  à laquelle elles se stabilisent va comme  $H$ , indépendamment de leur forme (Fig. 5b).

## 5 Conclusion et perspectives

La loi d’échelle  $\lambda_e \propto \frac{\rho_s}{\rho_f} d$  que nous avons mise en évidence est un premier pas qui permet de comparer les dunes dans des environnements assez différents. Des études plus spécifiques et plus précises peuvent être conduites, en particulier pour prendre en compte les effets sous-dominants (e.g., seuil de transport,  $u_*$ ). Si l’inertie des grains semble bien être le mécanisme dominant la saturation lorsque l’écoulement est fort, on s’attend à ce que le déblocage des grains du lit et leur redéposition dans autre piège soient importants tout près du seuil. Il est en outre possible que ces effets soient davantage marqués sous l’eau que dans le cas éolien. Des expériences et simulations numériques spécifiques sont ainsi nécessaires pour examiner cette limite. Enfin, si la taille des dunes géantes éoliennes se corrèle très bien avec l’épaisseur de la couche convective atmosphérique, la sélection de la taille des dunes aquatiques avec la profondeur d’eau est moins nette. Les données disponibles suivent effectivement la courbe de résonance dans le plan  $\mathcal{F}$  vs  $kH$ , mais sont assez dispersées. De plus, on observe également des méga-dunes en rivière, dont la longueur d’onde est de l’ordre de 10 à  $20H$ . Pour aller plus loin que cette analyse, il est donc nécessaire de mieux comprendre et décrire les mécanismes non-linéaires à l’œuvre, et en particulier les processus d’interaction des dunes entre elles.

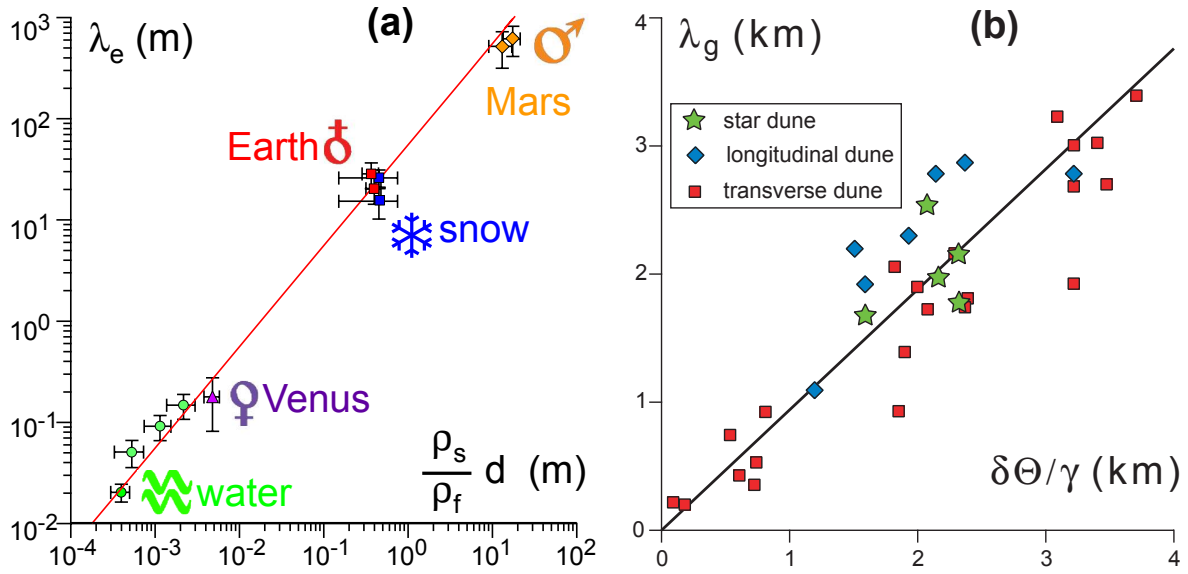


Figure 5: (a) Loi d'échelle des rides/dunes 'élémentaires', pour différents environnements. (b) Loi d'échelle pour les dunes géantes éoliennes, pour différentes formes de dunes.

Nous remercions A.B. Murray et F. Ould-Kaddour pour leur participation à la partie sur les dunes géantes éoliennes, et O. Pouliquen pour celle aux mesures de  $\ell_{\text{sat}}$ . Le travail de terrain sur la Leyre a été effectué au sein du, et en accord avec le Parc Régional des Landes de Gascogne. Une partie de ce travail a été financé par l'ANR – projet 'Zephyr' (#ERCS07\_18). L'Université n'est pas une entreprise; le Savoir n'est pas une marchandise.

## Bibliographie restreinte

- [1] Andreotti B. *et al.*, Nature **457**, 1120 (2009).
- [2] Andreotti B., Claudin P. and Pouliquen O., submitted to Geomorphology, arXiv:0806.3931.
- [3] Charru F., Phys. Fluids **18**, 121508 (2006).
- [4] Claudin P. and Andreotti B., Earth Planet. Sci. Lett. **252**, 30 (2006).
- [5] Elbelrhiti H., Claudin P. and Andreotti B., Nature **437**, 720 (2005).
- [6] Fourrière F., Claudin P. and Andreotti B., submitted to J. Fluid Mech, arXiv:0708.2823 (part 1) and arXiv:0805.3417 (part 2).
- [7] Jackson P.S. and Hunt J.C.R., Q. J. R. Meteorol. Soc. **101**, 929 (1975).
- [8] Kennedy J.F., J. Fluid Mech. **16**, 521 (1963).
- [9] Richards K.J., J. Fluid Mech. **99**, 597 (1980).
- [10] Stull R.B., *An introduction to boundary layer meteorology*, Kluwer Academic Publishers (1988).