

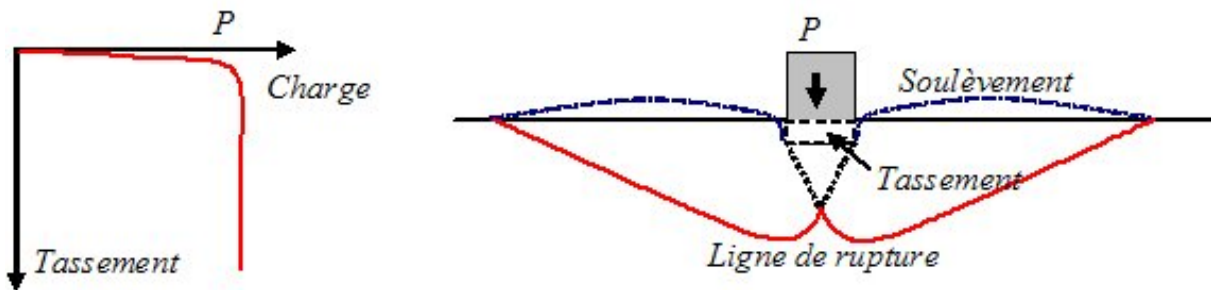
Mécanique du Solide et des Matériaux - Promo 126 - Préceptorat 3
Capacité portante d'un sol sableux

Introduction

Nous ne considérerons que des problèmes plans (cas presque général en mécanique des sols). Contrairement à la convention habituelle de la mécanique des milieux continus, les sols étant presque toujours en état de compression la convention de signe des contraintes normales retenue en mécanique des sols est :

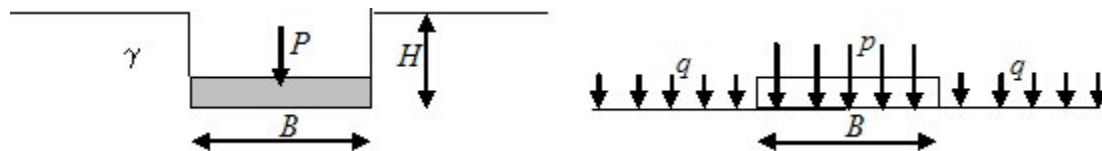
$$\text{Compression : } \sigma > 0 \quad \text{Traction : } \sigma < 0$$

Lorsque l'on charge progressivement une semelle reposant sur un sol, on observe un tassement qui croît avec l'effort appliqué. Au début la déformation augmente approximativement en fonction de la charge, puis la déformation s'amplifie. Dans un sol compact, à partir d'un certain effort par unité de longueur P , *capacité portante*, on remarque que le tassement continue sans qu'il y ait accroissement de l'effort, une rupture plastique de l'assise se produit, il y a poinçonnement du sol.



L'ensemble des observations ayant trait à la rupture des fondations superficielles conduisent à penser qu'il existe, à ce moment-là, un coin de sol dont la pointe est tournée vers le bas qui reste lié à la fondation et qui refoule le sol de part et d'autre de la fondation. De la pointe partent des surfaces de rupture courbes inclinées d'abord vers le bas et qui se redressent ensuite vers le haut pour atteindre la surface libre. Lorsque l'enfoncement continue, on observe en surface autour de la semelle un gonflement du sol qui a été refoulé.

En règle générale la semelle de fondation est placée, après creusement, à une profondeur H dans un sol de poids spécifique γ à surface horizontale. La base de la semelle est alors choisie comme plan de référence sur lequel s'exercent des contraintes de compression égale à $p = \frac{P}{B}$ à l'emplacement de la semelle et à $q = \gamma H$ à l'extérieur.



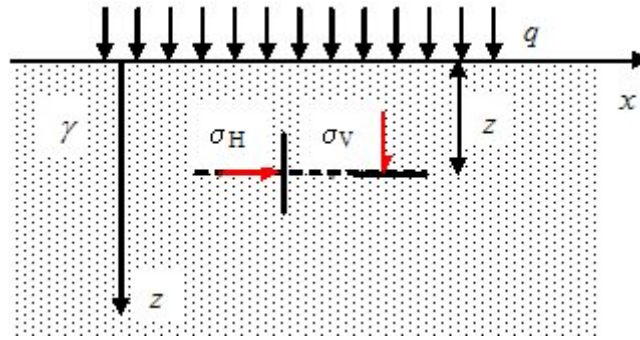
Rupture d'un sol

Coefficient de pression du sol

Supposons un sol indéfini à surface horizontale soumis uniquement à l'action de son poids propre caractérisé par son poids volumique γ .

1°) Donner l'expression du tenseur des contraintes caractérisant l'état mécanique du sol au repos. Quelle information manque-t-il pour déterminer la loi de variation de la composante σ_H ?

2°) Que peut-on affirmer concernant la composante de déformation ε_H ? Une carotte de sol étant soumise à une compression verticale σ_V et à une compression d'étreinte σ_H , l'essai étant conduit de



sorte que la déformation radiale ε_H soit maintenue nulle, l'expérience montre que σ_H varie proportionnellement à σ_V . Le coefficient de proportionnalité $K_0 = \frac{\sigma_H}{\sigma_V} < 1$ définissant le *coefficient de pression*. Quelle est alors la contrainte principale majeure ?

3°) Le sol pesant supportant maintenant charge uniformément répartie q , Donner l'expression complète du tenseur des contraintes caractérisant l'état mécanique du sol.

Coefficient de poussée et de butée du sol

4°) L'expérience montre que le critère de Mohr-Coulomb :

$$\tau = \pm(\tau_C + \sigma \operatorname{tg}(\varphi))$$

dans lequel τ est la contrainte de cisaillement, σ la contrainte normale supportées par les plans qui cèdent par glissement est une bonne approximation du critère de rupture des sols. τ_C représente la *cohésion* du sol et φ son *angle de frottement effectif*. On se limite pour l'instant au cas des sols non cohérents pour lesquels $\tau_C=0$. Représenter ce critère dans le plan de Mohr (σ, τ).

5°) A l'aide des cercles de Mohr établir la condition liant K_0 et φ pour que le sol ne rompe pas et démontrer que lorsqu'intervient la rupture, elle est atteinte simultanément en tout point du sol. Un sol sableux de coefficient de pression $K_0=0,48$ et d'angle de frottement effectif $\varphi=30^\circ$ est-il stable ?

6°) Si on autorise une *expansion latérale* $\varepsilon_H > 0$ du sol, dans quel sens varie la contrainte σ_H ? Montrer qu'il existe une valeur limite σ_H^P pour laquelle la rupture est atteinte. Déterminer l'angle α^P des plans de glissement par rapport à la surface horizontale du sol en fonction de φ et l'expression, en fonction de cet angle, du coefficient de pression K^P associé appelé *coefficient de poussée*. Quelle est la contrainte principale majeure ?

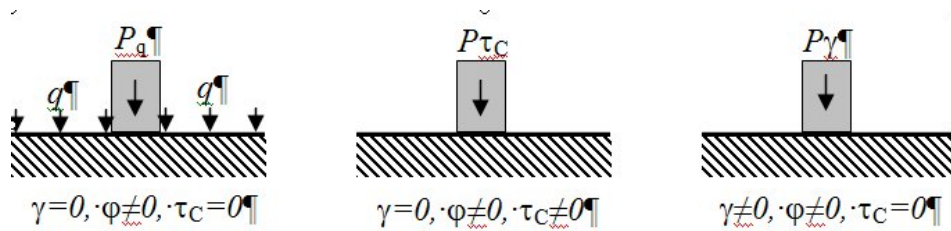
7°) Si on force une *contraction latérale* $\varepsilon_H > 0$ du sol, dans quel sens varie la contrainte σ_H ? Montrer qu'il existe une valeur limite σ_H^B pour laquelle la rupture est atteinte. Déterminer l'angle α^B des plans de glissement par rapport à la surface horizontale du sol en fonction de φ et l'expression, en fonction de cet angle, du coefficient de pression K^B associé appelé *coefficient de butée*. Quelle est la contrainte principale majeure ?

8°) Montrer que quel que soit le type de rupture les deux familles de plans de rupture font toujours entre elles l'angle $\frac{\pi}{2} - \varphi$. Démontrer la relation $K^P K^B = 1$. Calculer les valeurs de α^P , K^P , α^B et K^B pour un sable de Fontainebleau de coefficient de frottement effectif $\varphi=35^\circ$, puis pour une argile verte de coefficient de frottement effectif $\varphi=20^\circ$.

Capacité portante d'une fondation

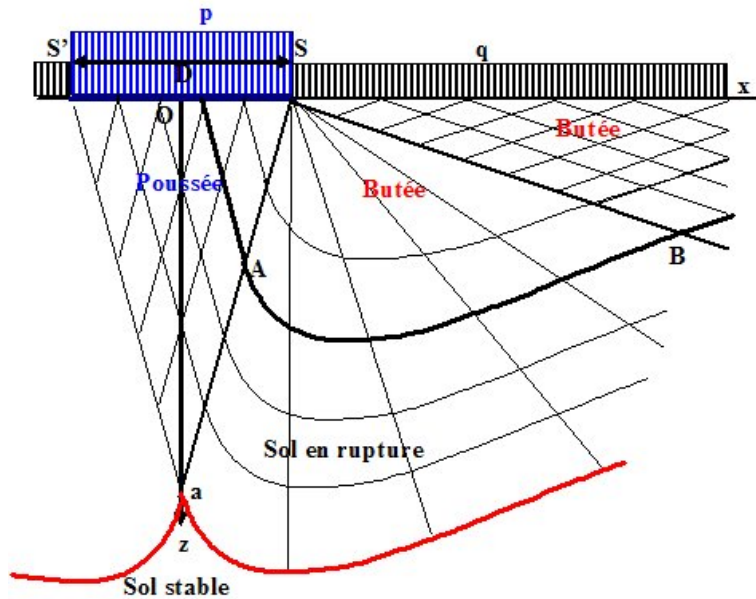
Terzaghi a fait l'hypothèse que la charge maximale que l'on peut appliquer à une fondation à la surface d'un sol pouvait être obtenue en utilisant le principe de superposition. Cette méthode est entachée d'une erreur de principe, mais qui va dans le sens de la sécurité. Pour obtenir la capacité portante totale P on ajoute plusieurs systèmes en équilibre limite :

$$P = P_q + P_\gamma + P_{\tau_C} = \gamma H B N_q + \gamma \frac{B^2}{2} N_\gamma + \tau_C B N_{\tau_C}$$



Facteur de capacité portante N_q

L'expérience montre que sous la fondation se forme un coin limité par des faces planes inclinées, coin qui s'enfonce avec la semelle et se comporte en corps solide. Il exerce une poussée sur le sol adjacent qui réagit en butée avec frottement sol-sol, toutes les lignes de rupture issues de la surface étant des droites au voisinage de cette surface.



9°) Dans la représentation de Mohr, positionner les cercles représentant l'état de contrainte en limite de rupture des blocs rigides SaS' en poussée et xSB en butée. En déduire l'orientation des lignes de glissement et de leurs normales par rapport à la surface du sol dans chacun des blocs.

10°) $\vec{\sigma}_A$ et $\vec{\sigma}_B$ étant les vecteurs contraintes s'exerçant respectivement sur les lignes de glissement SA et SB , montrer que ces vecteurs sont perpendiculaires entre eux et orientés respectivement à $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$ et $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$ par rapport à la surface du sol, puis déterminer en fonction de φ les relations entre σ_A et p et celles entre σ_B et q .

11°) Dans l'éventail ASB une famille de lignes de rupture étant des lignes radiales issues du point S , démontrer que l'autre famille est une famille de spirales logarithmiques d'équation $r = r_0 \exp(\theta \operatorname{tg} \varphi)$. Démontrer que le vecteur contrainte s'appliquant sur ses lignes de rupture est un vecteur radial. En écrivant l'équilibre des moments au point S en déduire la relation $\frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \exp(\pi \operatorname{tg} \varphi)$

12°) En écrivant l'équilibre des moments au point S pour l'éventail SAB , établir la relation entre σ_A et σ_B , puis celle entre p et q .

13°) Le chargement q correspondant au poids des terres située au dessus de la semelle, donner les expressions de la capacité portante P_q en fonction de la profondeur H et de la largeur B de la fondation ainsi que celle du facteur de portance N_q . Pour un sable de Fontainebleau de poids spécifique $\gamma=17 \text{ kN.m}^{-3}$ et d'angle de frottement effectif $\varphi=35^\circ$, calculer la valeur de N_q et la capacité portante P_q d'une fondation de largeur $B=1 \text{ m}$ sise à la profondeur $H=0,3 \text{ m}$. Refaire le calcul pour une argile verte de poids spécifique $\gamma=18 \text{ kN.m}^{-3}$ et d'angle de frottement effectif $\varphi=20^\circ$.

Facteur de capacité portante N_{τ_c}

14°) Représenter le critère de Mohr-Coulomb (avec cohésion) dans le plan de Mohr (σ, τ) et montrer que l'on peut se ramener au critère de Mohr (sans cohésion) à condition d'ajouter à l'état de contrainte de rupture du sol non cohérent équivalent une contrainte isotrope p_0 que l'on exprimera en fonction de τ_C et φ .

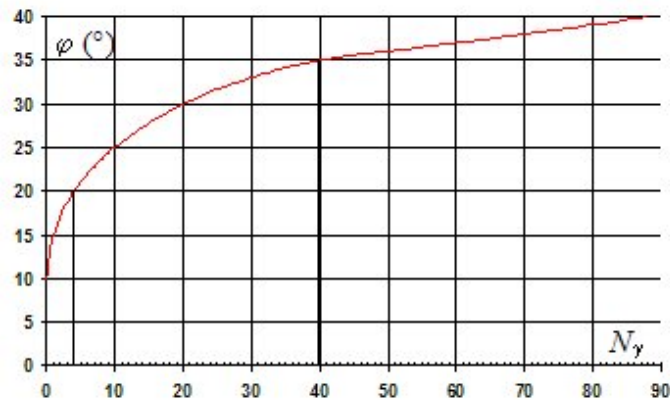
15°) Quelle charge p et q faut-il imposer sur la semelle et sur la surface du sol équivalent. En utilisant le résultat obtenu pour N_q , démontrer les relations :

$$N_{\tau_C} = \frac{N_q - 1}{\text{tg}\varphi} \quad P_{\tau_C} = \tau_C B N_{\tau_C}$$

Calculer N_{τ_C} et P_{τ_C} pour une argile verte de poids spécifique $\gamma=18 \text{ kN.m}^{-3}$, d'angle de frottement effectif $\varphi=20^\circ$ et de cohésion $\tau_C=19 \text{ kPa}$ supportant une semelle de largeur $B=1 \text{ m}$.

Facteur de capacité portante N_γ

16°) Le facteur N_γ étant donné par l'abaque de Terzaghi :



Calculer les valeurs de P_γ pour la fondation de largeur $B=1 \text{ m}$ dans le cas du sable de Fontainebleau et dans celui de l'argile verte.

17°) Comparer les amplitudes des différents termes composant la charge limite P en fonction de la nature du sol.