

Mécanique du Solide et des Matériaux

Examen du 19 février 2004 : 8h30 – 12 h00
Promotion 121

Avertissement

La plupart des résultats étant donnés dans les énoncés, la notation tiendra compte de la qualité des justifications et des arguments développés pour les établir

Documents

Tous les documents sont autorisés sauf les ouvrages et les photocopies d'ouvrages.

PARTIE A **Ecrivez lisiblement votre nom sur chaque copie**

Durée

La durée de l'épreuve **partie A** est de **1h00**.

Les copies de la **partie A** seront ramassées à **9h30**.

Contenu

La **partie A** se compose d' **un exercice obligatoire** :

Exercice I (30 mn) (4 points)	[1] Corrosion sous contrainte du laiton
--------------------------------------	---

et d' **un exercice à choisir** selon le tableau suivant :

Exercice II (30 mn) (4 points)	[2] Dureté Brinell et Résistance à la traction
ou	[3] Limite élastique et limite de charge

PARTIE B **Ecrivez lisiblement votre nom sur chaque copie**

Durée

La **durée normale** de l'épreuve partie B est de **2h15**, sa **durée maximale** de **2h30**.

Les copies **parties B** seront ramassées au plus tard à **12h00 précises**.

Contenu

La **partie B** se compose d'**un problème en cinq parties** (de tailles inégales).

Tenue mécanique de l'isolation phonique d'une salle de spectacle

Les V parties sont obligatoires. Les III premières parties sont indépendantes

Partie I (15 mn) (1 point)	La résistance à l'arrachement statique d'un clou
Partie II (15 mn) (2 points)	L'ancrage d'un clou
Partie III (60 mn) (4 points)	La flexion des plaques d'isolation phonique
Partie IV (40 mn) (4 points)	La résistance à l'arrachement dynamique d'un clou
Partie V (5 mn) (1 point)	L'origine de l'arrachage partiel des panneaux d'isolation phonique

Indications et Conseils

- **Lisez COMPLETEMENT les énoncés.**
- **Ne VOUS BLOQUEZ PAS sur une question, les résultats principaux sont donnés dans l'énoncé afin que vous puissiez CONTINUER.**

Corrosion sous contrainte du laiton

Dans une usine chimique de fabrication de sulfate d'ammonium, on envisage d'utiliser une canalisation en laiton (de module d'Young $E = 110 \text{ GPa}$) pour faire circuler la solution sous pression, la pression induisant une traction uniforme du tube de l'ordre de 85 MPa . Des essais préliminaires sur plaque de laiton en traction plongée dans une solution de sulfate d'ammonium ont mis en évidence une corrosion sous contrainte caractérisée par les données suivantes :

Contrainte nominale σ (MPa)	Profondeur de fissure a (mm)	Vitesse de propagation $\frac{da}{dt}$ (mm/an)
4	0,25	0,3
4	0,50	0,6
8	0,25	1,2

L'énergie de rupture G_C du laiton dans un tel environnement est de 55 kJ.m^{-2} , sa ténacité K_C étant liée à G_C par la relation $K_C^2 = EG_C$.

1°) Montrer que ces résultats sont compatibles avec une loi de la forme : $\frac{da}{dt} = AK^n$

où $K = 2\sigma\sqrt{a}$ le facteur d'intensité de contrainte associé au type de la fissure et déterminer les valeurs du paramètre A et de l'exposant n entier.

2°) Calculer la taille critique a_C du défaut provoquant la rupture brutale immédiate sous la contrainte induite par la circulation de la solution. L'épaisseur e du tube sera prise égale à cette valeur.

3°) Selon la qualité de fabrication, le tube peut présenter des rayures initiales de profondeur donnée ci-dessous :

10 nm 100 nm 1 μm 10 μm 100 μm

Estimer en nombre de jours la durée de vie du tube, comptée à partir du moment où circule la solution saline, dans chacun de ces cas.

4°) En pratique, les tubes utilisés présentent des durées de vie bien supérieures (quelques années) bien que leur épaisseur soit bien inférieure à 200 mm et que les rayures de fabrication aient une profondeur de l'ordre de $20 \mu\text{m}$. Par quel procédé a-t-on pu augmenter d'une manière aussi radicale la durabilité des tubes ?

Dureté Brinell et Résistance à la traction

L'essai de dureté Brinell consiste à appliquer sous une charge constante F une sphère très dure (de rayon r) sur le matériau à tester et à mesurer la profondeur h à laquelle la sphère pénètre dans le matériau en le déformant plastiquement. La force F étant choisie de manière à ce que le rayon de la surface de l'empreinte soit petit devant celui du pénétrateur.

1°) Donner l'expression de la dureté H du matériau (en terme de pression moyenne de contact entre le pénétrateur et l'échantillon) en fonction de h, F et r .

2°) La dureté H s'avère vérifier la relation approximative $H = 3\sigma_e$ où σ_e est la limite d'élasticité vraie du matériau écroui à un taux de déformation plastique vraie de 8%. Le matériau admettant une loi de plastification du type Hollomon :

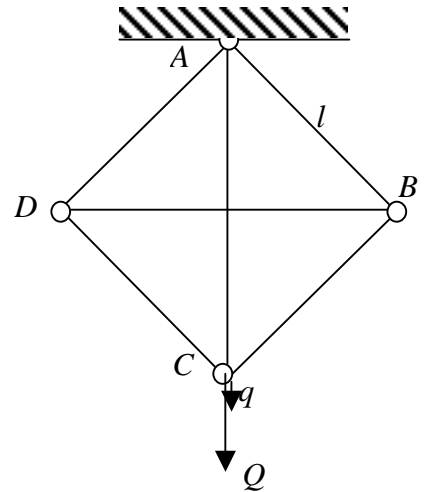
$$\sigma_{\text{vrai}} = A \epsilon_{\text{vrai}}^n$$

avec $n=0,2$, calculer la résistance ultime à la traction R_m d'un matériau dont la dureté H vaut 600 Mpa .

Indication : La résistance ultime à la traction R_m du matériau est la contrainte nominale au maximum de la courbe d'essai de traction Force –Déplacement. On démontrera la relation $R_m = A \frac{n^n}{e^n}$.

Limite élastique et limite de charge

On considère la structure constituée de 6 barres articulées entre elles aux quatre nœuds ABCD, les barres AC et BD n'ayant aucune liaison commune. Les 4 petites barres, formant initialement le carré ABCD, sont de longueur identique l . Toutes les barres de même aire de section droite S sont constituées d'un matériau dont la loi de comportement sera assimilée à celle d'un matériau **élasto-plastique parfait** de module d'Young E et de limites d'écoulement identiques en traction et en compression notées σ_L . On notera Q_E la charge en limite élastique de la structure et Q_L sa limite ultime de charge.



1°) Quelle est la signification physique de la force $F_L = \sigma_L S$?

2°) Justifier le fait que le problème se ramène à la détermination des trois forces inconnues :

$$T = T_{AB} = T_{BC} = T_{CD} = T_{DA} \quad H = T_{BD} \quad V = T_{AC}$$

et démontrer les relations : $H + T\sqrt{2} = 0 \quad V + T\sqrt{2} = Q$

3°) En calculant l'énergie *élastique* stockée dans la structure, déterminer les expressions de T , H et V en fonction de Q dans le domaine $Q \leq Q_E$. Établir la loi $q=f(Q)$ dans ce domaine en précisant le type de sollicitation de chacune des barres. Déterminer quelle barre va atteindre sa limite d'écoulement plastique et en déduire l'expression de Q_E en fonction de F_L et celle du déplacement q_E associé en fonction l , E , S et F_L .

4°) Dans le domaine $Q > Q_E$, déterminer les nouvelles expressions de T , H et V en fonction de Q et de F_L et la nouvelle loi $q=f(Q)$. Déterminer quelle autre barre va atteindre sa limite d'écoulement plastique et en déduire l'expression de Q_L en fonction de F_L et celle du déplacement q_L associé en fonction l , E , S et F_L .

5°) Décrire l'évolution de la structure à partir de cet instant, justifier le fait que Q_L représente bien la limite ultime de charge pour la structure et représenter schématiquement la réponse en traction de la

structure en variables réduites : $\frac{Q}{Q^*} = g\left(\frac{q}{q^*}\right)$ avec $Q^* = F_L$ et $q^* = \frac{lF_L}{ES}$

Tenue mécanique de l'isolation phonique d'une salle de spectacle

Les murs en béton d'une salle de spectacle sont recouverts de panneaux d'isolation phonique que l'on pourra assimiler à une plaque *continue* montée sur des rails métalliques verticaux fixés régulièrement au mur de béton par l'intermédiaire de pattes selon un quadrillage de pas horizontal d_H et vertical d_V . Les pattes de fixation sont « spitées » dans le béton par l'intermédiaire de clous en acier dur de diamètre ϕ et de longueur L posés au pistolet à cartouche : une cartouche explosive propulse le clou à la manière d'une balle de fusil et ce dernier vient se ficher en force dans le béton.

Dans le cadre de la sécurité incendie la salle est munie d'un système d'extraction des fumées avec arrivée d'air frais au niveau des gradins et évacuation des fumées en plafond. En cas de sinistre la réglementation impose que l'extracteur de fumées puisse maintenir une dépression p dans la salle.

Dans le cadre des opérations de réception des travaux, on a constaté lors de l'essai test de désenfumage un arrachement partiel des panneaux d'isolation phonique dont il faut tenter d'identifier la cause. S'agit-il d'une erreur de manœuvre lors de l'opération de désenfumage ou au contraire d'une malfaçon dans la fixation de l'isolation phonique par mauvais ancrage des clous ou parce que la distance de cloutage est trop importante ?

Dans les applications numériques on prendra : Dépression de désenfumage $p=80$ Pa
 Béton Résistance à la compression $\sigma_B = 20$ Mpa Coefficient de frottement béton-acier $\mu = 0,5$
 Clou acier Module d'Young $E = 200$ Gpa Diamètre $\phi = 3$ mm Longueur $L = 20$ mm
 Cloutage Pas horizontal $d_H = 0,6$ m Pas vertical $d_V = 4$ m
 Plaque d'isolation phonique flèche prise sur la longueur d_V sous dépression p : $\delta = 2,4$ mm
 Note : μ est le rapport entre la force tangentielle de résistance au mouvement et la charge normale supportée.

La résistance à l'arrachement statique d'un clou

1°) Déterminer la nature, l'expression analytique puis la valeur numérique de la charge F supportée par chaque clou de fixation lors d'une opération de désenfumage.

2°) Démontrer l'expression : $F_A = \pi\mu\sigma_B\phi L$
 donnant la force F_A nécessaire pour arracher un clou, puis calculer sa valeur numérique.

3°) Déterminer à d_H fixé l'expression analytique puis la valeur numérique du pas de fixation vertical maximal admissible d_{Vmax}

4°) Déterminer à d_V fixé l'expression analytique puis la valeur numérique du pas de fixation horizontal maximal admissible d_{Hmax}

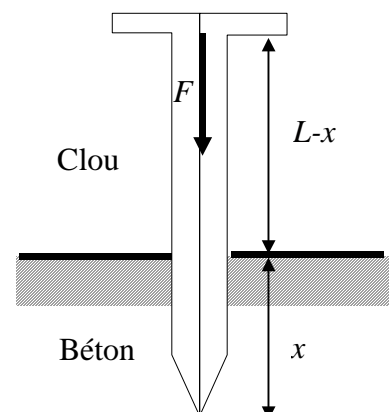
5°) Calculer la valeur du facteur de sécurité $S = \frac{F_A}{F}$ puis celle de la dépression de désenfumage maximale admissible p_{max} . Que peut-on conclure de ces résultats quant aux causes du sinistre ?

L'ancrage d'un clou

6°) Établir en fonction de F_A et du rapport $\frac{x}{L}$ l'expression analytique de la force $F(x)$ à appliquer sur la tête d'un clou ancré sur une profondeur x pour continuer à l'enfoncer.

7°) En déduire l'expression du travail W à fournir pour enfoncer complètement un clou en fonction de F_A et de L et calculer ce travail.

8°) Sachant que la force critique de flambement d'une tige de longueur L soumise à une force de compression F à son extrémité supérieure et encastée à sa partie inférieure est :

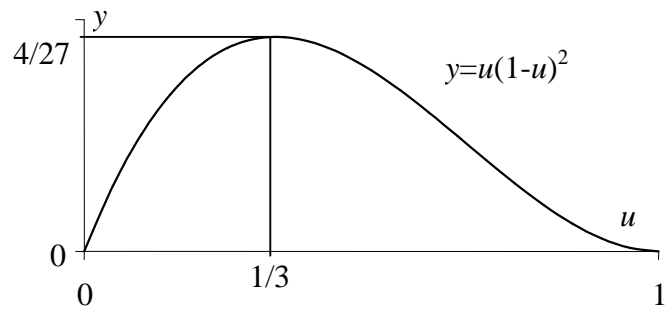


$$F_E = \frac{\pi^2 EI}{4 L^2}$$

établir en fonction de F_E et du rapport $\frac{x}{L}$ l'expression analytique de la force critique de flambement $F_C(x)$ d'un clou ancré à la profondeur x .

9°) En déduire en fonction de F_E , F_A et du rapport $\frac{x}{L}$ la condition pour qu'un clou s'enfonce entièrement sans se plier.

10°) Établir l'expression analytique L_C de la longueur maximale admissible pour que le clou s'enfonce complètement sans plier, puis calculer cette valeur. Les clous employés sont-ils adaptés ?



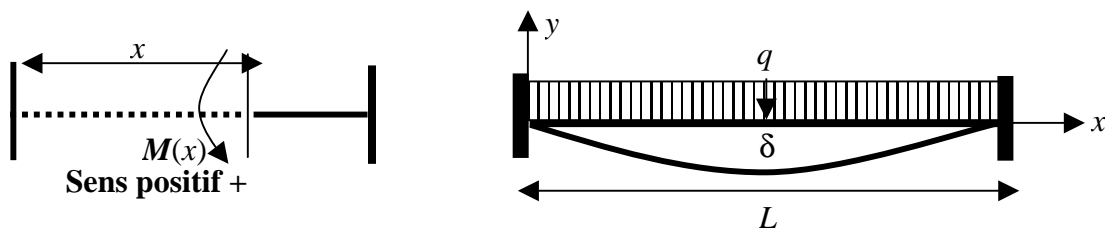
11°) Des essais d'arrachement effectués sur des clous de fixation ayant tenu lors du test de désenfumage montrent qu'il existe une certaine dispersion tant dans les valeurs mesurées de la force d'arrachement que dans la profondeur d'ancrage des clous de fixations. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous :

Clou	Profondeur d'ancrage (mm)	Force maximale d'arrachement (daN)
1	16	75
2	15,2	108
3	14,5	82
4	16,0	92
5	9,8	50
6	14	75
7	18,4	140
8	15,2	100
9	15,9	50
10	16	80

Pour chaque clou calculer le travail d'arrachement puis sa valeur moyenne.

La flexion des plaques d'isolation phonique

Sous l'effet de la dépression, les plaques fléchissent entre points de fixation. En première approximation on pourra représenter un élément de plaque entre deux ancrages sous la forme d'une poutre équivalente de moment d'inertie de flexion I^* , de module d'Young E^* de longueur $L=d_V$ supportant la densité linéique de charge de module $q=pd_H$ et encastrée aux deux extrémités pour prendre en compte la rigidité induite par la continuité de la structure au-delà des points d'ancrage.



12°) En notant M et R les modules du moment d'encastrement et de la réaction d'appui, établir en fonction de q et L l'expression du module R de la réaction d'appui, puis établir en fonction de q , L et M l'expression $M(x)$ du moment fléchissant agissant sur une section droite d'abscisse x .

Par convention : Le moment fléchissant $M(x)$ sera pris égal au moment résultant qu'il faut appliquer sur une section droite d'abscisse x pour **représenter** les actions de tous les moments *actifs et réactifs* s'appliquant sur la partie de poutre située à gauche de la section d'abscisse x .

13°) Avec la **convention** précédente, l'équation différentielle de flexion s'écrit :

$$E^*I^* \frac{d^2 y}{dx^2} = -M(x)$$

Intégrer cette équation *en précisant les conditions aux limites* puis déterminer les expressions analytiques du module M du moment d'encastrement et de la déformée $y(x)$.

Démontrer la relation :

$$\delta = \frac{1}{384} \frac{qL^4}{E^*I^*}$$

donnant le module δ de la flèche, puis écrire l'équation de la déformée $y(x)$ en fonction de δ et $\frac{x}{L}$.

14°) Établir l'expression :

$$E(L) = \frac{1}{1440} \frac{q^2 L^5}{E^*I^*}$$

de l'énergie élastique $E(L)$ stockée dans chaque élément de plaque, puis l'exprimer en fonction de E^* , I^* , p , d_V et d_H , puis en fonction de p , d_V , d_H et δ .

Indication : $\int_0^1 (6u^2 - 6u + 1)^2 du = \frac{1}{5}$

La résistance à l'arrachement dynamique d'un clou

15°) Déterminer en fonction de E^* , I^* , p , d_V et d_H l'expression analytique de la variation ΔE d'énergie élastique provoquée par l'enlèvement d'un clou. Réécrire son expression en fonction de p , d_V , d_H et δ et calculer sa valeur numérique.

16°) Établir l'expression de l'énergie mécanique U^{Mec} libérée par l'arrachement accidentel d'un clou en fonction de p , d_V , d_H et δ

17°) En admettant que toute l'énergie mécanique libérée soit employée à l'arrachement du clou voisin, établir l'expression de la distance critique de cloutage d_C en fonction de W , E^* , I^* , p et d_H , puis en fonction de W , δ , p , d_V et d_H . Pour chaque clou testé calculer la distance critique de cloutage d_C puis sa valeur moyenne.

18°) Calculer la valeur du coefficient de sécurité moyen en énergie. Analyser les résultats obtenus lors des test d'arrachement de clous. Ces résultats sont-ils compatibles avec un arrachage partiel des panneaux d'isolation et si oui pourquoi ?

L'origine de l'arrachage partiel des panneaux d'isolation phonique

19°) Donner, en justifiant votre réponse, vos conclusions quant à la question initialement posée en précisant l'origine de l'arrachage des panneaux :

« S'agit-il d'une erreur de manœuvre lors de l'opération de désenfumage **ou** au contraire d'une malfaçon dans la fixation de l'isolation phonique par mauvais ancrage des clous **ou** parce que la distance de cloutage est trop importante ? »