

Champ de contraintes en tête de fissure (mode d'ouverture I)

Le champ de contrainte au voisinage d'une fissure, dans le repère polaire r, θ attaché à sa pointe, se met sous la forme :

$$\bar{\bar{\sigma}} = \begin{vmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\theta} \\ \sigma_{r\theta} & \sigma_{\theta\theta} \end{vmatrix} = \frac{C}{r^\alpha} \bar{f}(\theta)$$

\bar{f} étant une fonction tensorielle de l'angle θ . A l'aide de la technique de photoélasticimétrie, nous allons déterminer l'expression analytique de ce champ.

Montage expérimental

Le modèle consiste en une plaque photoélastique $\cong 60 \times 60$ mm, en polycarbonate, comportant une entaille d'environ 25 mm de long, terminée par une amorce de fissure réalisée au moyen d'une lame de rasoir. Un système vis-écrou permet d'appliquer une force provoquant l'ouverture de la fissure. Le banc de photoélasticité est composé d'une lampe en lumière monochromatique (lampe à vapeur de mercure) et du modèle placé entre polariseurs croisés et lentilles. On trouvera par ailleurs toutes les bases nécessaires sur l'interprétation des franges (isoclines et isochromes) dans l'*Encyclopédie de l'Analyse des Contraintes*.

Réseau d'isoclines

Dans une première étape, nous étudions l'évolution des isoclines en tête de fissure par rotation des polariseurs dans le but de déterminer une relation simple donnant l'orientation des directions principales en un point $M(r, \theta)$ proche de la pointe de fissure. Les coordonnées r et θ du point M (Figure 1) sont définies par rapport à l'axe $x'x$ de la fissure. θ est compté positivement dans le sens trigonométrique à partir de $x'x$ et θ compris dans l'intervalle $[-\pi, \pi]$.

Pour cela on commence par relever les directions des isoclines près de la fissure en fonction de l'orientation des plans de polarisation (prise de 15° en 15°), en assimilant l'isocline à sa tangente en tête de fissure. On peut noter qu'il existe un axe de symétrie évident qui permettra de déterminer la direction absolue des polariseurs. Il est important de noter qu'au voisinage de l'axe de l'entaille les isoclines sont distordues; on évitera donc de prendre en compte les isoclines trop proches de cet axe.

θ_p étant défini comme l'angle entre la tangente à l'isocline et la première direction de polarisation rencontrée dans le sens trigonométrique, on positionnera les différents points expérimentaux dans le plan θ_p, θ et on déterminera les paramètres m et θ_0 de l'équation $\theta_p = m\theta + \theta_0$ caractérisant l'asymptote du nuage de points.

Quelle relation lie θ_p à φ , φ étant la position angulaire des axes principaux telle qu'elle est définie (Figure 2) sur un cercle de Mohr ? En déduire une relation liant l'orientation des directions principales φ avec la position angulaire θ , pour tout point M sur la tangente.

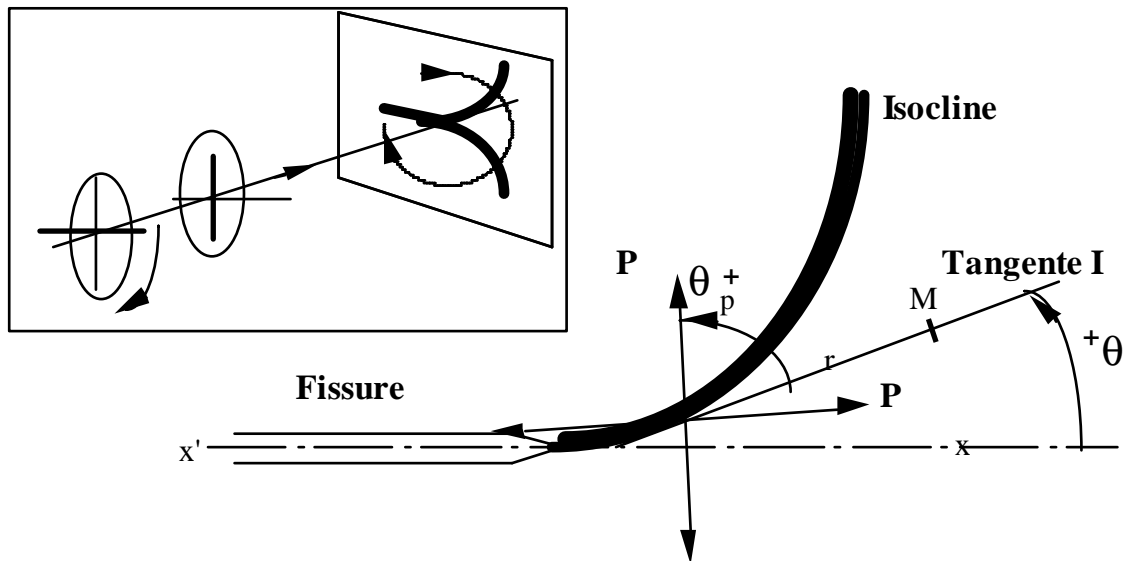


Figure 1 : Photoélasticimétrie et isoclines

Réseau d'isochromes

Étude à $\theta = \text{Cste}$: relation $N=f(r)$

En traçant une droite à $\theta=90^\circ$ passant par la pointe de fissure, prendre les points d'intersection entre cette droite et les franges isochromes. Mesurer la distance r à la tête de fissure des franges isochromes. Tracer N , l'ordre de franges en fonction de r . Pour obtenir suffisamment de points significatifs, il est nécessaire d'appliquer une charge permettant de visualiser 12 isochromes. **Attention**, au delà il y a risque de provoquer la propagation de la fissure et la **rupture du modèle**.

Compte tenu de l'état de contrainte résiduel du modèle en l'absence de chargement, qui se traduit par l'existence de quelques isochromes, il est probable que l'ordre minimum soit différent de 0 ou 1. Il est donc important de suivre cet ordre N au fur et à mesure que vous appliquez la contrainte sur le modèle.

En analysant la répartition des points expérimentaux, déterminer l'exposant α de la relation $N \sim r^\alpha$, ce dernier étant une fraction simple.

Étude à $r = \text{Cste}$: $N=f(\theta)$

En considérant un cercle centré sur la tête de fissure, mesurer la position angulaire θ , des isochromes successives à une valeur Cste de r , choisie de telle façon à obtenir suffisamment de points sans s'éloigner du domaine de validité de l'étude.

Tracer N en fonction de θ . En analysant la répartition des points expérimentaux, déterminer la relation $N=f(\theta)$, f étant une fonction trigonométrique simple. Notons que le *bord libre* que constitue l'entaille est un facteur déformant pour l'allure du champ de contraintes: Dans l'absolu, ce dernier est parfaitement symétrique en tête de la fissure. Penser à exploiter les symétries du modèle et du chargement.

Dépouillement

En utilisant les résultats précédents, déterminer la relation entre le cisaillement maximal τ_m au point M et ses coordonnées r et θ . Quelle est la dimension de la constante C préfacteur de cette relation ? A quel grandeur physique est-il relié ?

Champ de contrainte

Établir la relation liant $\sigma_{r\theta}$ au taux de cisaillement maximum τ_m , en utilisant le cercle de Mohr des contraintes (Figure 2) et la relation $\theta_p = m\theta + \theta_p$ établie précédemment. En déduire la relation $\sigma_{r\theta} = f(r, \theta)$.

L'équation d'équilibre qui lie les contraintes normales et tangentielles du champ de contraintes en tout point d'un solide élastique linéaire en équilibre s'écrit en coordonnées polaires :

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0$$

Toujours en utilisant le cercle de Mohr exprimer cette relation en fonction de r et θ et en déduire l'expression de σ_{rr} .

Récapituler les expressions donnant les trois composantes du champ de contraintes en tête de fissures. Il est plus simple de donner les différentes relations en fonction de $\frac{\theta}{2}$.

Conclusions et commentaires.

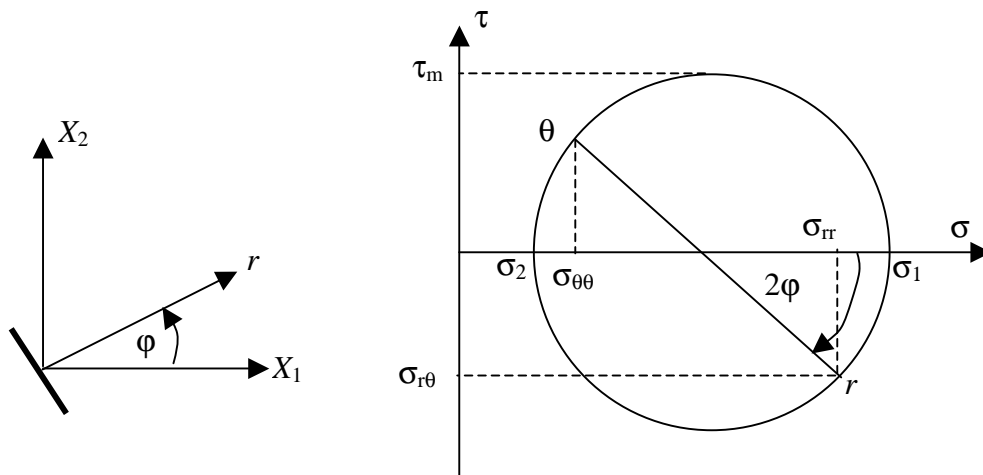


Figure 2 : Cercle de Mohr des contraintes